

# 1 O brojčanim sistemima

**Nepozicioni** - znak koji označava cifru ima istu vrednost bez obzira na poziciju broja (rimski, egipatski brojčani sistem)

**Pozicioni** - vrednost znaka koji predstavlja cifru zavisi i od izgleda znaka i od pozicije znaka u zapisu broja (dekadni brojčani sistem)

## 2 Pozicioni brojčani sistem<sup>1</sup>

Neka skup  $S$  sadrži  $N > 1$  elemenata. Tada:

- Vrednost broja  $X$  u sistemu sa osnovom  $N$  je

$$(X)_N = \sum_{i=-m}^n V(x_i) \quad (1)$$

gde su  $x_i$  cifre brojčanog sistema,  $V(x_i)$  vrednost cifre  $x_i$  u zapisanoj nisci cifara,  $i$  mesto cifre u zapisanoj nisci cifara ( $i \in [-m, n]$ ),  $n$  dužina celog dela broja, a  $m$  dužina razlomljenog dela broja.

- U najvećem broju pozicionih brojčanih sistema važi  $V(x_i) = x_i \cdot N^i$ . Tj.

$$(X)_N = \sum_{i=-m}^n x_i \cdot N^i = x_n \cdot N^n + \dots + x_0 \cdot N^0 + x_{-1} \cdot N^{-1} + \dots + x_{-m} \cdot N^{-m} \quad (2)$$

Sve operacije u ovom izrazu se vrše u dekadnom sistemu.

Na osnovu navedenog, mogu se opisati osnovna svojstva sistema:

- Svaka cifra u zapisu broja ima svoju vrednost
- Vrednost pozicije cifre u zapisu broja je stepen osnove sistema
- Vrednost broja (u dekadnom sistemu) dobija se sabiranjem proizvoda vrednosti cifre i vrednosti pozicije na kojoj se cifra nalazi u zapisu broja

---

<sup>1</sup>Za detalje o pozicionim brojčanim sistemima pogledati predavanja profesora Nenada Mitića na <http://poincare.matf.bg.ac.rs/~nenad/uor.html> i knjigu "Uvod u organizaciju računanja".

### 3 Primeri pozicionih brojčanih sistema

1. **Dekadni sistem:**  $S = \{0, 1, \dots, 9\}, N = 10$

$$(2658)_{10} = 2 \cdot 10^3 + 6 \cdot 10^2 + 5 \cdot 10^1 + 8 \cdot 10^0 \quad (3)$$

Postoji i drugi način računanja broja, a to je pomoću Hornerove šeme koja se često primenjuje u programiranju:

$$(2658)_{10} = (((2 \cdot 10) + 6) \cdot 10 + 5) \cdot 10 + 8 \quad (4)$$

2. **Binarni sistem:**  $S = \{0, 1\}, N = 2$

$$(10110)_2 = 1 \cdot 2^4 + 0 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^0 = (22)_{10}$$

$$(10)_2 = (2)_{10}$$

$$(110)_2 = 1 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^0 = (6)_{10}$$

$$(1011010010)_2 = 1 \cdot 2^9 + 0 \cdot 2^8 + 1 \cdot 2^7 + 1 \cdot 2^6 + 0 \cdot 2^5 + 1 \cdot 2^4 + 0 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^0 = (512 + 128 + 64 + 16 + 2)_{10} = (722)_{10}$$

3. **Oktalni sistem:**  $S = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}, N = 8$

$$(6732)_8 = 6 \cdot 8^3 + 7 \cdot 8^2 + 3 \cdot 8^1 + 2 \cdot 8^0 = (3546)_{10}$$

$$(233.12)_8 = 2 \cdot 8^2 + 3 \cdot 8^1 + 3 \cdot 8^0 + 1 \cdot 8^{-1} + 2 \cdot 8^{-2} = (128 + 24 + 3 + 0.125 + 2 \cdot 0.015625)_{10} = (155 + 0.125 + 0.03125)_{10}$$

4. **Heksadekadni sistem:**  $S = \{0, 1, \dots, 9, A, B, C, D, E, F\}, N = 16$

$$(1A3)_{16} = 1 \cdot 16^2 + 10 \cdot 16^1 + 3 \cdot 16^0 = (256 + 160 + 3)_{10} = (419)_{10}$$

$$(2C)_{16} = 2 \cdot 16^1 + 12 \cdot 16^0 = (44)_{10}$$

$$(FFFF)_{16} = (10000)_{16} - (1)_{16} = (16^4 - 1)_{10} = (65536 - 1)_{10} = (65535)_{10}$$

5. **Troični sistem:**  $S = \{0, 1, 2\}, N = 3$

$$(212001)_3 = 2 \cdot 3^5 + 1 \cdot 3^4 + 2 \cdot 3^3 + 0 \cdot 3^2 + 0 \cdot 3^1 + 1 \cdot 3^0 = (2 \cdot 243 + 81 + 2 \cdot 27 + 1)_{10} = (622)_{10}$$

6. **Balansirani troični sistem:**  $S = \{-1, 0, 1\}, N = 3$

$$(10 - 1 - 100)_{bt} = 1 \cdot 3^5 + 0 \cdot 3^4 + (-1) \cdot 3^3 + (-1) \cdot 3^2 + 0 \cdot 3^1 + 0 \cdot 3^0 = (243 - 27 - 9)_{10} = (207)_{10}$$

$$(1 - 1100 - 1)_{bt} = 1 \cdot 3^5 + (-1) \cdot 3^4 + 1 \cdot 3^3 + 0 \cdot 3^2 + 0 \cdot 3^1 + (-1) \cdot 3^0 = (243 - 81 + 27 - 1)_{10} = (188)_{10}$$

7. **Brojčani sistem sa negativnom osnovom:** Osnova sistema je  $-N$ , a cifre su u intervalu  $[0, N - 1]$ :

- $N = 10, S = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ :

$$(672.23)_{-10} = 6 \cdot (-10)^2 + 7 \cdot (-10)^1 + 2 \cdot (-10)^0 + 2 \cdot (-10)^{-1} + 3 \cdot (-10)^{-2} = (531.83)_{10}$$

- **negabinarni brojčani sistem:**  $N = 2, S = \{0, 1\}$

$$(101101)_{-2} = 1 \cdot (-2)^5 + 0 \cdot (-2)^4 + 1 \cdot (-2)^3 + 1 \cdot (-2)^2 + 0 \cdot (-2)^1 + 1 \cdot (-2)^0 = (-35)_{10}$$

8. **Brojčani sistem sa razlomljenom osnovom:**  $N = 0.5, S = \{0, \dots, 9\}$

$$(145)_{0.5} = 1 \cdot 0.5^2 + 4 \cdot 0.5^1 + 5 \cdot 0.5^0 = (7.25)_{10}$$

$$(762.32)_{0.5} = 7 \cdot 0.5^2 + 6 \cdot 0.5^1 + 2 \cdot 0.5^0 + 3 \cdot 0.5^{-1} + 2 \cdot 0.5^{-2} = (20.75)_{10}$$

### 9. Brojčani sistem sa promenljivom osnovom:

- svakoj poziciji  $i$  pridružena je vrednost  $m_i$
- težina  $k$ -te pozicije:

$$T_k = \begin{cases} 1 & k = 0 \\ \prod_0^{k-1} m_j & k > 0 \end{cases} \quad (5)$$

Cifra na  $k$ -toj poziciji pripada intervalu  $[0, m_k - 1]$ .

Za osnove  $m_3 = 5, m_2 = 8, m_1 = 6, m_0 = 4$  vrednost broja 4653 je:

$$\begin{aligned} V(4653) &= 4 \cdot m_2 \cdot m_1 \cdot m_0 + 6 \cdot m_1 \cdot m_0 + 5 \cdot m_0 + 3 \cdot 1 = 4 \cdot (8 \cdot 6 \cdot 4) + 6 \cdot \\ &(6 \cdot 4) + 5 \cdot (4) + 3 \cdot (1) = 4 \cdot 192 + 6 \cdot 24 + 20 + 3 = (935)_{10} \end{aligned}$$

10.  $N = 7, S = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6$

$$(41563)_7 = (4 \cdot 7^4 + 1 \cdot 7^3 + 5 \cdot 7^2 + 6 \cdot 7^1 + 3 \cdot 7^0) = (4 \cdot 2401 + 343 + 245 + 42 + 3)_{10} = (10237)_{10}$$