

1 Zapis označenih brojeva

Neka je N osnova brojevnog sistema. Označeni brojevi su brojevi oblika:

$$\pm x_{n-2}x_{n-3} \dots x_1x_0.x_{-1}x_{-2} \dots x_{-m}, x_i \in \{0, \dots, N-1\}, i = -m, \dots, n-2$$

1.1 Zapis znak i apsolutna vrednost

Neka je $x = \pm x_{n-2}x_{n-3} \dots x_1x_0$ ceo broj predstavljen u sistemu sa osnovom N .

Važi:

| x | zapis u znaku i apsolutnoj vrednosti |
|---------|---|
| $x > 0$ | $0x_{n-2}x_{n-3} \dots x_1x_0$ |
| $x < 0$ | $(N-1)x_{n-2}x_{n-3} \dots x_1x_0$ |
| $x = 0$ | +0 kao $00 \dots 00$ -0 kao $(N-1)00 \dots 00$ |

1. Ako je $N=16$

| broj | znak i apsolutna vrednost |
|--------------|---------------------------|
| $(+AB)_{16}$ | <u>0</u> AB |
| $(-AB)_{16}$ | F <u>A</u> B |

2. Ako je $N=4$

| broj | znak i apsolutna vrednost |
|-------------|---------------------------|
| $(+3301)_4$ | <u>0</u> 3301 |
| $(-3301)_4$ | <u>3</u> 3301 |

3. Ako je $N=9$

| broj | znak i apsolutna vrednost |
|--------------|---------------------------|
| $(+18362)_9$ | <u>0</u> 18362 |
| $(-18362)_9$ | <u>8</u> 18362 |

4. Ako je $N=10$

| broj | znak i apsolutna vrednost |
|--------------|---------------------------|
| $(+46)_{10}$ | <u>0</u> 46 |
| $(-46)_{10}$ | <u>9</u> 46 |

5. Ako je $N=2$

| broj | znak i apsolutna vrednost |
|--------------|---------------------------|
| $(+10011)_2$ | <u>0</u> 10011 |
| $(-10011)_2$ | <u>1</u> 10011 |

6. Ako je $N=6$

| broj | znak i apsolutna vrednost |
|----------------|---------------------------|
| $(+4321.52)_6$ | <u>0</u> 4321.52 |
| $(-4321.52)_6$ | <u>5</u> 4321.52 |

7. Ako je $N=5$

| broj | znak i apsolutna vrednost |
|-------------|---------------------------|
| $(+0.32)_5$ | <u>00.32</u> |
| $(-0.32)_5$ | <u>40.32</u> |

8. Ako je $N=8$

| broj | znak i apsolutna vrednost |
|---------------|---------------------------|
| $(+34.602)_8$ | <u>034.602</u> |
| $(-34.602)_8$ | <u>734.602</u> |

1.2 Zapis nepotpuni komplement (N-1-vi komplement)

Neka je $x = \pm x_{n-2}x_{n-3} \dots x_1x_0$ ceo broj predstavljen u sistemu sa osnovom N .
Važi:

| x | zapis u nepotpunom komplementu |
|---------|--|
| $x > 0$ | $0x_{n-2}x_{n-3} \dots x_1x_0$ |
| $x < 0$ | $(N-1)\bar{x}_{n-2}\bar{x}_{n-3} \dots \bar{x}_1\bar{x}_0$ gde je $\bar{x}_i = N-1-x_i, i = 0, 1, \dots, n-2$ |
| $x = 0$ | +0 kao 00...00 -0 kao $(N-1)(N-1)(N-1) \dots (N-1)(N-1)$ |

1. Ako je $N=16$

| broj | nepotpuni komplement |
|--------------|---|
| $(+AB)_{16}$ | $0AB$ |
| $(-AB)_{16}$ | $\underline{F}54$ jer je $\bar{A} = F - A = 5, \bar{B} = F - B = 4$ |

2. Ako je $N=4$

| broj | nepotpuni komplement |
|-------------|--|
| $(+3301)_4$ | 03301 |
| $(-3301)_4$ | $\underline{3}0032$ jer je $\bar{3} = 3 - 3 = 0, \bar{0} = 3 - 0 = 3, \bar{1} = 3 - 1 = 2$ |

3. Ako je $N=9$

| broj | nepotpuni komplement |
|--------------|----------------------|
| $(+18362)_9$ | 018362 |
| $(-18362)_9$ | $\underline{8}70526$ |

4. Ako je $N=10$

| broj | nepotpuni komplement |
|--------------|---|
| $(+46)_{10}$ | 046 |
| $(-46)_{10}$ | $\underline{9}53$ jer je $\bar{4} = 9 - 4 = 5, \bar{6} = 9 - 6 = 3$ |

5. Ako je $N=2$

| broj | nepotpuni komplement |
|--------------|--|
| $(+10011)_2$ | 010011 |
| $(-10011)_2$ | $\underline{1}01100$ jer je $\bar{0} = 1 - 0 = 1, \bar{1} = 1 - 1 = 0$ |

6. Ako je $N=8$

| broj | nepotpuni komplement |
|---------------|-----------------------|
| $(+34.602)_8$ | 034.602 |
| $(-34.602)_8$ | $\underline{7}43.175$ |

1.3 Zapis potpuni komplement (N-ti komplement, komplement osnove)

Neka je $x = \pm x_{n-2}x_{n-3} \dots x_1x_0$ ceo broj predstavljen u sistemu sa osnovom N .
Važi:

| x | zapis u potpunom komplementu |
|---------|--|
| $x > 0$ | $0x_{n-2}x_{n-3} \dots x_1x_0$ |
| $x < 0$ | $(N - 1)\bar{x}_{n-2}\bar{x}_{n-3} \dots \bar{x}_1\bar{x}_0 + 1$ gde je $\bar{x}_i = N - 1 - x_i, i = 0, 1, \dots, n - 2$ |
| $x = 0$ | $00 \dots 00$ |

1. Ako je $N=16$

| broj | potpuni komplement |
|--------------|--------------------|
| $(+AB)_{16}$ | <u>0</u> AB |
| $(-AB)_{16}$ | F <u>55</u> |

2. Ako je $N=4$

| broj | potpuni komplement |
|-------------|--------------------|
| $(+3301)_4$ | <u>0</u> 3301 |
| $(-3301)_4$ | <u>3</u> 0033 |

3. Ako je $N=9$

| broj | potpuni komplement |
|--------------|--------------------|
| $(+18362)_9$ | <u>0</u> 18362 |
| $(-18362)_9$ | <u>8</u> 70527 |

4. Ako je $N=10$

| broj | potpuni komplement |
|--------------|--------------------|
| $(+46)_{10}$ | <u>0</u> 46 |
| $(-46)_{10}$ | <u>9</u> 54 |

5. Ako je $N=2$

| broj | potpuni komplement |
|--------------|--------------------|
| $(+10011)_2$ | <u>0</u> 10011 |
| $(-10011)_2$ | <u>1</u> 01101 |

6. Ako je $N=8$

| broj | potpuni komplement |
|---------------|--------------------|
| $(+34.602)_8$ | <u>0</u> 34.602 |
| $(-34.602)_8$ | <u>7</u> 43.176 |

VAŽNO: Kod mešoviti brojeva 1 se dodaje na krajnju desnu cifru, NE na ceo deo broja.

1.4 Zapis sa uvećanjem k (kod višak k)

Broj x se u kodu višak k zapisuje tako što se vrednost $x + k$ zapiše u potpunom komplementu. Ista vrednost se dobija i kada se brojevi x i k pojedinačno zapišu u potpunom komplementu pa se zatim tako dobijene vrednosti sabere. Na vežbama će prednost biti data drugom načinu.

Konstanta k se po pravilu zadaje u dekadnom brojevnom sistemu, pa ju je neophodno prevesti u sistem sa osnovom N .

1. Ako je $N=16$, $k=3$

| broj | komplement osnove | $k=3$ | zapis u kodu višak 3 |
|--------------|-------------------|------------|----------------------|
| $(+AB)_{16}$ | 0AB | $(3)_{16}$ | 0AE |
| $(-AB)_{16}$ | F55 | $(3)_{16}$ | F58 |

2. Ako je $N=4$, $k=12$

| broj | komplement osnove | $k=12$ | zapis u kodu višak 12 |
|-------------|-------------------|----------|-----------------------|
| $(+3301)_4$ | 03301 | $(30)_4$ | 03331 |
| $(-3301)_4$ | 30033 | $(30)_4$ | 30123 |

3. Ako je $N=9$, $k=15$

| broj | komplement osnove | $k=15$ | zapis u kodu višak 15 |
|--------------|-------------------|----------|-----------------------|
| $(+18362)_9$ | 018362 | $(16)_9$ | 018378 |
| $(-18362)_9$ | 870527 | $(16)_9$ | 870544 |

4. Ako je $N=10$, $k=5$

| broj | komplement osnove | $k=5$ | zapis u kodu višak 5 |
|--------------|-------------------|-------|----------------------|
| $(+46)_{10}$ | 046 | 5 | 051 |
| $(-46)_{10}$ | 954 | 5 | 959 |

5. Ako je $N=2$, $k=8$

| broj | komplement osnove | $k=8$ | zapis u kodu višak 8 |
|--------------|-------------------|------------|----------------------|
| $(+10011)_2$ | 010011 | $(1000)_2$ | 011011 |
| $(-10011)_2$ | 101101 | $(1000)_2$ | 110101 |

6. Ako je $N=8$, $k=26$

| broj | komplement osnove | $k=26$ | zapis u kodu višak 26 |
|---------------|-------------------|----------|-----------------------|
| $(+34.602)_8$ | 034.602 | $(32)_8$ | 066.602 |
| $(-34.602)_8$ | 743.176 | $(32)_8$ | 775.176 |

VAŽNO: Kod mešovityh brojeva, uvećanje se dodaje na ceo deo broja, NE na razlomljeni deo broja.

7. Ako je $N=8$, $k=29$

| broj | komplement osnove | $k=29$ | zapis u kodu višak 29 |
|---------------|-------------------|----------|-----------------------|
| $(+34.602)_8$ | 034.602 | $(35)_8$ | 071.602 |
| $(-34.602)_8$ | 743.176 | $(35)_8$ | 00.176 |

1.5 Konverzija između zapisa različitih dužina

Posmatramo problem:

Kako zapisati broj x čija je dužina zapisa n kao broj čija je dužina zapisa m .

Ako je $m = n$ konverzija nije potrebana.

Ako je $m > n$:

- U slučaju zapisa u znaku i apsolutnoj vrednosti cifra za znak se pomera na mesto najveće težine, a ostala mesta se popunjavaju nulama.
- U slučaju zapisa u nepotpunom komplementu, potpunom komplementu i kodu višak k vrši se kopiranje cifre za znak.

Ako je $m < n$ odbacuje se prvih $n - m$ cifara iz zapisa broja x . U ovakvim zapisima najčešće dolazi do gubitka informacija, osim u sledeća dva slučaja:

- Ako su sve odbačene cifre nule i prva sledeća je takođe nula, radi se o pozitivnom broju i konverzija je uspešna.
- Ako su sve odbačene cifre najveće cifre sistema i prva sledeća je takođe najveća, radi se o negativnom broju i konverzija je uspešna.

Navedena pravila jedino ne važe za negativne brojeve predstavljene pomoću znaka i apsolutne vrednosti, čiji se zapis ne može skratiti bez gubitka informacija.

- Zapisati broj $(+27)_{10}$ u znaku i apsolutnoj vrednosti tako da dužina zapisa bude 8.
znak i apsolutna vrednost: 027
znak i apsolutna vrednost: $(0000027)_{10}^8$
- Zapisati broj $(-472)_8$ u znaku i apsolutnoj vrednosti tako da dužina zapisa bude 7.
znak i apsolutna vrednost: 7472
znak i apsolutna vrednost: $(7000472)_8^7$
- Zapisati broj $(-19)_{16}$ u nepotpunom komplementu tako da dužina zapisa bude 8.
nepotpuni komplement: FE6
nepotpuni komplement: $(FFFFFFE6)_{16}^8$
- Zapisati broj $(+502)_8$ u nepotpunom komplementu tako da dužina zapisa bude 10.
nepotpuni komplement: 0502
nepotpuni komplement: $(000000502)_8^{10}$
- Zapisati broj $(-19A0)_{16}$ u potpunom komplementu tako da dužina zapisa bude 8.
nepotpuni komplement: FE65F
potpuni komplementi: FE660
potpuni komplement: $(FFFFE660)_{16}^8$

6. Zapisati broj $(+42001)_5$ u potpunom komplementu tako da dužina zapisa bude 8.
 potpuni komplement: 042001
 potpuni komplement: $(00042001)_5^8$
7. Zapisati broj $(+318)_9$ u kodu višak 17 tako da dužina zapisa bude 6.
 potpuni komplement: 0318
 konstanta: $(17)_{10} = (18)_9$
 kod višak 17: 0337 kod višak 17: $(000337)_9^6$
8. Zapisati broj $(-204)_5$ u kodu višak 11 tako da dužina zapisa bude 7.
 nepotpuni komplement: 4240
 potpuni komplement: 4241
 konstanta: $(11)_{10} = (21)_5$
 kod višak 11: 4312 kod višak 17: $(4444312)_5^7$

1.6 Zadaci za vežbanje

1. Zapisati sledeće brojeve u znaku i apsolutnoj vrednosti, nepotpunom komplementu, potpunom komplementu i kodu višak 31.

a) $(732)_{10} \rightarrow (\dots)_7$

b) $(-1045)_{10} \rightarrow (\dots)_{16}$

a)

| | | | | |
|-----|-----|----|---|---|
| 732 | 104 | 14 | 2 | 0 |
| 4 | 6 | 0 | 2 | |

smer čitanja: ←

$$(732)_{10} = (2064)_7$$

znak i apsolutna vrednost: 02064

nepotpuni komplement: 02064

potpuni komplement: 02064

višak 31: $(31)_{10} = (43)_7$ pa je zapis $02064 + 00043 = 02140$

b)

| | | | |
|------|----|---|---|
| 1045 | 65 | 4 | 0 |
| 5 | 1 | 4 | |

smer čitanja: ←

$$(-1045)_{10} = (-415)_{16}$$

znak i apsolutna vrednost: F415

nepotpuni komplement: FBFA

potpuni komplement: FBEB

višak 31: $(31)_{10} = (1F)_{16}$ pa je zapis $FBEB + 001F = FC0A$

2. Zapisati sledeće brojeve u znaku i apsolutnoj vrednosti, nepotpunom komplementu, potpunom komplementu i kodu višak 12.

a) $(197)_{10} \rightarrow (\dots)_2^{10}$

b) $(-125)_{10} \rightarrow (\dots)_6^8$

a)

| | | | | | | | | |
|-----|----|----|----|----|---|---|---|---|
| 197 | 98 | 49 | 24 | 12 | 6 | 3 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | |

smer čitanja: ←

$$(197)_{10} = (11000101)_2$$

znak i apsolutna vrednost: 011000101, $(0011000101)_2^{10}$

nepotpuni komplement: 011000101, $(0011000101)_2^{10}$

potpuni komplement: 011000101, $(0011000101)_2^{10}$

višak 12: $(12)_{10} = (1100)_2$ pa je zapis $0011000101 + 0000001100 = (0011010001)_2^{10}$

b)

| | | | |
|-----|----|---|---|
| 125 | 20 | 3 | 0 |
| 5 | 2 | 3 | |

smer čitanja: ←

$$(-125)_{10} = (-325)_6$$

znak i apsolutna vrednost: 5325, $(50000325)_6^8$

nepotpuni komplement: 5230, $(55555230)_6^8$

potpuni komplement: 5231, $(55555231)_6^8$

višak 12: $(12)_{10} = (20)_6$ pa je zapis $55555231 + 00000020 = (55555251)_6^8$

3. Zapisati sledeće brojeve u znaku i apsolutnoj vrednosti, nepotpunom komplementu, potpunom komplementu i kodu višak 13.

a) $(5211)_{10} \rightarrow (\dots)_4^9$

b) $(-84.6875)_{10} \rightarrow (\dots)_8^8$

a)

| | | | | | | | |
|------|------|-----|----|----|---|---|---|
| 5211 | 1302 | 325 | 81 | 20 | 5 | 1 | 0 |
| 3 | 2 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | |

smer čitanja: ←

$$(5211)_{10} = (1101123)_4$$

znak i apsolutna vrednost: 01101123, $(001101123)_4^9$

nepotpuni komplement: 01101123, $(001101123)_4^9$

potpuni komplement: 01101123, $(001101123)_4^9$

višak 13: $(13)_{10} = (31)_4$ pa je zapis $001101123 + 000000031 = (001101220)_4^9$

b)

| | | | | | | |
|----|----|---|---|--------|-----|---|
| 84 | 10 | 1 | 0 | 0.6875 | 0.5 | 0 |
| 4 | 2 | 1 | | 0 | 5 | 4 |

smer čitanja: ←

smer čitanja: →

$$(-84.6875)_{10} = (-124.54)_8$$

znak i apsolutna vrednost: 7124.54, $(700124.54)_8^8$

nepotpuni komplement: 7653.23, $(777653.23)_8^8$

potpuni komplement: 7653.24, $(777653.24)_8^8$

višak 13: $(13)_{10} = (15)_8$ pa je zapis $777653.24 + 000015.00 = (777670.24)_8^8$

4. Zapisati sledeće brojeve u znaku i apsolutnoj vrednosti, nepotpunom komplementu, potpunom komplementu i kodu višak 14.

a) $(546)_{10} \rightarrow (\dots)_4$

b) $(-642.64)_{10} \rightarrow (\dots)_5$

a)

| | | | | | |
|-----|-----|----|---|---|---|
| 546 | 136 | 34 | 8 | 2 | 0 |
| 2 | 0 | 2 | 0 | 2 | |

smer čitanja: \leftarrow

$$(546)_{10} = (20202)_4$$

znak i apsolutna vrednost: 020202

nepotpuni komplement: 020202

potpuni komplement: 020202

višak 14: $(14)_{10} = (32)_4$ pa je zapis $020202 + 000032 = 020300$

b)

| | | | | | |
|-----|-----|----|---|---|---|
| 642 | 128 | 25 | 5 | 1 | 0 |
| 2 | 3 | 0 | 0 | 1 | |

smer čitanja: \leftarrow

| | | |
|------|-----|---|
| 0.64 | 0.2 | 0 |
| 0 | 3 | 1 |

smer čitanja: \rightarrow

$$(-642.64)_{10} = (-10032.31)_5$$

znak i apsolutna vrednost: 410032.31

nepotpuni komplement: 434412.13

potpuni komplement: 434412.14

višak 14: $(14)_{10} = (24)_5$ pa je zapis $434412.14 + 000024.00 = 434441.14$

5. Zapisati sledeće brojeve u znaku i apsolutnoj vrednosti, nepotpunom komplementu, potpunom komplementu i kodu višak 52.

a) $(-8234.875)_{10} \rightarrow (\dots)_4$

b) $(-B7)_{16} \rightarrow (\dots)_3$

a)

| | | | | | | | |
|------|------|-----|-----|----|---|---|---|
| 8234 | 2058 | 514 | 128 | 32 | 8 | 2 | 0 |
| 2 | 2 | 2 | 0 | 0 | 0 | 2 | |

smer čitanja: \leftarrow

| | | |
|-------|-----|---|
| 0.875 | 0.5 | 0 |
| 0 | 3 | 2 |

smer čitanja: \rightarrow

$$(-8234.875)_{10} = (2000222.32)_4$$

znak i apsolutna vrednost: 32000222.32

nepotpuni komplement: 31333111.01

potpuni komplement: 31333111.02

višak 52: $(52)_{10} = (310)_4$ pa je zapis $31333111.02 + 00000310.00 = 32000021.02$

b)

| | | | | | |
|----|----|----|---|---|---|
| B7 | 3D | 14 | 6 | 2 | 0 |
| 0 | 1 | 2 | 0 | 2 | |

smer čitanja: \rightarrow

$$(-B7)_{16} = (-20210)_3$$

znak i apsolutna vrednost: 220210

nepotpuni komplement: 202012

potpuni komplement: 202020

višak 52: $(52)_{10} = (1221)_3$ pa je zapis $202020 + 001221 = 211011$

6. Zapisati sledeće brojeve u znaku i apsolutnoj vrednosti, nepotpunom komplementu, potpunom komplementu i kodu višak 14.

a) $(-1375)_{10} \rightarrow (\dots)_5$

b) $(6033.375)_{10} \rightarrow (\dots)_8$

a)

$$(-1375)_{10} = (21000)_5$$

znak i apsolutna vrednost: 421000

nepotpuni komplement: 423444

potpuni komplement: 424000

višak 14: $(14)_{10} = (24)_5$ pa je zapis $424000 + 000024 = 424024$

b)

$$(6033.375)_{10} = (13621.3)_8$$

znak i apsolutna vrednost: 013621.3

nepotpuni komplement: 013621.3

potpuni komplement: 013621.3

višak 14: $(14)_{10} = (16)_8$ pa je zapis $013621.3 + 000016.00 = 013637.3$