

1 Sabiranje i oduzimanje označenih brojeva

1.1 Brojevi zapisani u znaku i apsolutnoj vrednosti

O promeni znaka broja:

Promena znaka broja vrši se promenom cifre za znak: ako je cifra za znak 0, zamenjuje se sa $N - 1$, i obratno, ako je cifra za znak $N - 1$ zamenjuje se 0.

x	$-x$
$0x_{n-1}x_{n-2}\dots x_1x_0$	$(N-1)x_{n-1}x_{n-2}\dots x_1x_0$
$(N-1)x_{n-1}x_{n-2}\dots x_1x_0$	$0x_{n-1}x_{n-2}\dots x_1x_0$

Pravila sabiranja:

Potrebno je odrediti znak zbira i apsolutnu vrednost zbira.

Ako su zadati brojevi istog znaka, tog znaka je i rezultat. Ako su zadati brojevi različitog znaka, znak rezultata odgovara sabirku sa većom apsolutnom vrednošću.

Ako su zadati brojevi istog znaka, apsolutna vrednost zbira je zbir apsolutnih vrednosti sabiraka. Ako su brojevi različitog znaka, apsolutna vrednost zbira se dobija kada se od veće apsolutne vrednosti oduzme manja apsolutna vrednost.

Pravila oduzimanja:

Kako je $A - B = A + (-B)$ prvo se vrši promena znaka broja B a zatim se postupa u skladu sa pravilima za sabiranje brojeva zapisanih u znaku i apsolutnoj vrednosti.

Prilikom izvodjenja operacija treba voditi računa o prekoračenju. Prekoračenje se javlja ako je za zapis apsolutne vrednosti zbira potreban veći broj cifara nego za zapis apsolutnih vrednosti sabiraka.

1. $(43102)_5 + (00134)_5$

Broj $(43102)_5$:

znak: 4

apsolutna vrednost: 3102

Broj $(00134)_5$:

znak: 0

apsolutna vrednost: 0134

Rezultat:

znak: brojevi su različitih znakova pa znak rezultata odgovara znaku broja sa većom apsolutnom vrednošću: 4

apsolutna vrednost: brojevi su različitih znakova pa je apsolutna vrednost rezultata razlika veće i manje apsolutne vrednosti: $3102 - 0134 = 2413$ (aritmetiku izvodimo u sistemu sa osnovom 5)

konačno: $(42413)_5$

2. $(1001101)_2 + (1010011)_2$

Broj $(1001101)_2$:
znak: 1
apsolutna vrednost: 001101

Broj $(1010011)_2$:
znak: 1
apsolutna vrednost: 010011

Rezultat:
znak: brojevi su istog znaka pa je tog znaka i rezultat: 1
apsolutna vrednost: brojevi su istog znaka pa je apsolutna vrednost rezultata
zbir apsolutnih vrednosti: $001101+010011=100000$ (aritmetiku izvodimo u sistemu sa osnovom 2)
konačno: $(1100000)_2$

3. $(03023)_4 + (00231)_4$

Broj $(03023)_4$:
znak: 0
apsolutna vrednost: 3023

Broj $(00231)_4$:
znak: 0
apsolutna vrednost: 0231

Rezultat:
znak: brojevi su istog znaka pa je tog znaka i rezultat: 0
apsolutna vrednost: brojevi su istog znaka pa je apsolutna vrednost rezultata
zbir apsolutnih vrednosti: $3023+0231=3320$ (aritmetiku izvodimo u sistemu sa osnovom 4)
konačno: $(03320)_4$

4. $(730521)_8 + (045277)_8$

Broj $(730521)_8$:
znak: 7
apsolutna vrednost: 30521

Broj $(045277)_8$:
znak: 0
apsolutna vrednost: 45277

Rezultat: znak: brojevi su različitih znakova pa znak rezultata odgovara znaku broja sa većom apsolutnom vrednošću: 0
apsolutna vrednost: brojevi su različitih znakova pa je apsolutna vrednost rezultata razlika veće i manje apsolutne vrednosti: $45277-30521 = 14556$ (aritmetiku izvodimo u sistemu sa osnovom 8)

konačno: $(014556)_8$

5. $(0A37C)_{16} - (0421B)_{16}$

Oduzimanje brojeva svodimo na sabiranje.

$$(0A37C)_{16} - (0421B)_{16} = (0A37C)_{16} + (F421B)_{16}$$

Broj $(0A37C)_{16}$:

znak: 0

apsolutna vrednost: A37C

Broj $(F421B)_{16}$:

znak: F

apsolutna vrednost: 421B

Rezultat:

znak: brojevi su različitih znakova pa znak rezultata odgovara znaku broja sa većom apsolutnom vrednošću: 0

apsolutna vrednost: brojevi su različitih znakova pa je apsolutna vrednost rezultata razlika veće i manje apsolutne vrednosti: $A37C - 421B = 6161$ (aritmetiku izvodimo u sistemu sa osnovom 16)

konačno: $(06161)_{16}$

6. $(01836)_{10} - (93527)_{10}$

Oduzimanje brojeva svodimo na sabiranje.

$$(01836)_{10} - (93527)_{10} = (01836)_{10} + (03527)_{10}$$

Broj $(01836)_{10}$:

znak: 0

apsolutna vrednost: 1836

Broj $(03527)_{10}$:

znak: 0

apsolutna vrednost: 3527

Rezultat:

znak: brojevi su istog znaka pa je tog znaka i rezultat: 0

apsolutna vrednost: brojevi su istog znaka pa je apsolutna vrednost rezultata zbir apsolutnih vrednosti: $1836+3527=5363$ (aritmetiku izvodimo u sistemu sa osnovom 10)

konačno: $(05363)_{10}$

7. $(03521)_6 + (04130)_6$

Broj $(03521)_6$:
znak: 0
apsolutna vrednost: 3521

Broj $(04130)_6$:
znak: 0
apsolutna vrednost: 4130

Rezultat:
znak: brojevi su istog znaka pa je tog znaka i rezultat: 0
apsolutna vrednost: brojevi su istog znaka pa je apsolutna vrednost rezultata
zbir apsolutnih vrednosti: $3521+4130=12051$ (aritmetiku izvodimo u sistemu
sa osnovom 6). Kako je širina zapisa rezultata veća od zadate, dolazi do
prekoračenja.

8. $(220211)_3 - (010111)_3$

Oduzimanje brojeva svodimo na sabiranje.

$$(220211)_3 - (010111)_3 = (220211)_3 + (210111)_3$$

Broj $(220211)_3$:
znak: 2
apsolutna vrednost: 20211

Broj $(210111)_3$:
znak: 2
apsolutna vrednost: 10111

Rezultat:
znak: brojevi su istog znaka pa je tog znaka i rezultat: 2
apsolutna vrednost: brojevi su istog znaka pa je apsolutna vrednost rezultata
zbir apsolutnih vrednosti: $20211+10111=101022$ (aritmetiku izvodimo u sis-
temu sa osnovom 3). Kako je širina zapisa rezultata veća od zadate, dolazi do
prekoračenja.

1.2 Brojevi zapisani u nepotpunom komplementu

Pravila sabiranja:

I korak: sabiraju se sve cifre iz zapisa broja uključujući i cifru za znak

$$\begin{array}{rcccccc} & a_{n-1} & a_{n-2} & \dots & a_1 & a_0 \\ + & b_{n-1} & b_{n-2} & \dots & b_1 & b_0 \\ \hline c_{n'} & c_{n-1'} & c_{n-2'} & \dots & c_1' & c_0' \end{array}$$

II korak: eventualni prenos $c_{n'}$ sa pozicije najveće težine se dodaje na poziciju najmanje težine

$$\begin{array}{rcccccc} & c_{n-1'} & c_{n-2'} & \dots & c_1' & c_0' \\ + & & & & & c_{n'} \\ \hline & c_{n-1} & c_{n-2} & \dots & c_1 & c_0 \end{array}$$

Konačan rezultat je $c_{n-1}c_{n-2}\dots c_1c_0$.

Do prekoračenja može doći ukoliko se sabiraju brojevi istog znaka. Prekoračenje se može prepoznati promenom cifre za znak rezultata i to ako se kao rezultat dobije:

- broj suprotnog znaka od znaka sabiraka
- broj koji nije ni pozitivan ni negativan (cifra znaka je različita od nule i najveće cifre sistema, pa samim tim nema značenje; takav zapis broja nije korektan u datoj dužini)

Primeri:

1. $(32102)_4 + (02201)_4$

$$\text{I korak: } \begin{array}{rcccccc} & 3 & 2 & 1 & 0 & 2 \\ + & 0 & 2 & 2 & 0 & 1 \\ \hline 1 & 0 & 0 & 3 & 0 & 3 \end{array}$$

$$\text{II korak: } \begin{array}{rcccccc} & 0 & 0 & 3 & 0 & 3 \\ + & & & & & 1 \\ \hline 0 & 0 & 3 & 1 & 0 & \end{array}$$

Sabiramo brojeve različitih znakova, ne može doći do prekoračenja.

Konačan rezultat je $(00310)_4$

2. $(00412)_5 + (01302)_5$

$$\text{I korak: } \begin{array}{rcccccc} & 0 & 0 & 4 & 1 & 2 \\ + & 0 & 1 & 3 & 0 & 2 \\ \hline 0 & 0 & 2 & 2 & 1 & 4 \end{array}$$

$$\text{II korak: } \begin{array}{r} 0 \ 2 \ 2 \ 1 \ 4 \\ + \\ \hline 0 \ 2 \ 2 \ 1 \ 4 \end{array}$$

Sabiramo brojeve istih znakova, može doći do prekoračenja. Sabirci su pozitivni brojevi, rezultat je također pozitivan broj, pa nema prekoračenja. Konačan rezultat je $(02214)_5$

3. $(520311)_6 - (501012)_6$

Oduzimanje brojeva svodimo na sabiranje.

$$(520311)_6 - (501012)_6 = (520311)_6 + (054543)_6$$

$$\text{I korak: } \begin{array}{r} 5 \ 2 \ 0 \ 3 \ 1 \ 1 \\ + \ 0 \ 5 \ 4 \ 5 \ 4 \ 3 \\ \hline 1 \ 0 \ 1 \ 5 \ 2 \ 5 \ 4 \end{array}$$

$$\text{II korak: } \begin{array}{r} 0 \ 1 \ 5 \ 2 \ 5 \ 4 \\ + \\ \hline 0 \ 1 \ 5 \ 2 \ 5 \ 5 \end{array}$$

Sabiramo brojeve različitih znakova, pa ne može doći do prekoračenja. Konačan rezultat je $(015255)_6$

4. $(11001101)_2 - (01101010)_2$

Oduzimanje brojeva svodimo na sabiranje.

$$(11001101)_2 - (01101010)_2 = (11001101)_2 + (10010101)_2$$

$$\text{I korak: } \begin{array}{r} 1 \ 1 \ 0 \ 0 \ 1 \ 1 \ 0 \ 1 \\ + \ 1 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 1 \ 0 \ 1 \\ \hline 1 \ 0 \ 1 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \end{array}$$

$$\text{II korak: } \begin{array}{r} 0 \ 1 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \\ + \\ \hline 0 \ 1 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 1 \end{array}$$

Sabirci su negativni brojevi (počinju cifrom 1), a rezultat je pozitivan broj (počinje cifrom 0) \Rightarrow došlo je do prekoračenja.

5. $(FC201)_{16} + (F3F4A)_{16}$

$$\text{I korak: } \begin{array}{r} F \ C \ 2 \ 0 \ 1 \\ + \ F \ 3 \ F \ 4 \ A \\ \hline 1 \ F \ 0 \ 1 \ 4 \ B \end{array}$$

$$\text{II korak: } \begin{array}{r} F \ 0 \ 1 \ 4 \ B \\ + \\ \hline F \ 0 \ 1 \ 4 \ C \end{array}$$

Sabiramo brojeve istih znakova, može doći do prekoračenja. Sabirci su negativni brojevi (počinju cifrom F), rezultat je negativan broj pa nema prekoračenja. Konačan rezultat je: $(F014C)_{16}$

6. $(03021)_4 + (01102)_4$

$$\text{I korak: } \begin{array}{r} \\ + \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\text{II korak: } \begin{array}{r} \\ + \\ \hline 1 \end{array}$$

Sabiramo brojeve istih znakova, može doći do prekoračenja. Sabirci su pozitivni brojevi (počinju cifrom 0), rezultat nije pozitivan broj (a ni negativan, počinje cifrom 1) pa je došlo je do prekoračenja.

7. $(0535)_7 - (0446)_7$

Oduzimanje brojeva svodimo na sabiranje.

$$(0535)_7 - (0446)_7 = (0535)_7 + (6220)_7$$

$$\text{I korak: } \begin{array}{r} \\ + \\ \hline 1 \end{array}$$

$$\text{II korak: } \begin{array}{r} \\ + \\ \hline 0 \end{array}$$

Sabiramo brojeve različitih znakova pa ne može doći do prekoračenja.

1.3 Brojevi zapisani u potpunom komplementu

Pravila sabiranja:

I korak: sabiraju se sve cifre iz zapisa broja uključujući i cifru za znak

$$\begin{array}{rcccccc} & a_{n-1} & a_{n-2} & \dots & a_1 & a_0 \\ + & b_{n-1} & b_{n-2} & \dots & b_1 & b_0 \\ \hline c_n & c_{n-1} & c_{n-2} & \dots & c_1 & c_0 \end{array}$$

II korak: Eventualni prenos c_n sa pozicije najveće težine se ignoriše.

Konačan rezultat je $c_{n-1}c_{n-2}\dots c_1c_0$

Do prekoračenja može doći ukoliko se sabiraju brojevi istog znaka. Prekoračenje se može prepoznati promenom cifre za znak rezultata i to ako se kao rezultat dobije:

- broj suprotnog znaka od znaka sabiraka
- broj koji nije ni pozitivan ni negativan (cifra znaka je različita od nule i najveće cifre sistema, pa samim tim nema značenje; takav zapis broja nije korektan u datoj dužini)

Primeri:

1. $(520311)_6 + (054543)_6$

$$\begin{array}{rcccccc} & 5 & 2 & 0 & 3 & 1 & 1 \\ + & 0 & 5 & 4 & 5 & 4 & 3 \\ \hline 1 & 0 & 1 & 5 & 2 & 5 & 4 \end{array}$$

Sabiramo brojeve različitih znakova pa ne može doći do prekoračenja.

Konačan rezultat: $(015254)_6$

2. $(20122)_3 + (0120)_3$
 $(20122)_3 + (0120)_3 = (20122)_3 + (00120)_3$

$$\begin{array}{rcccccc} & 2 & 0 & 1 & 2 & 2 \\ + & 0 & 0 & 1 & 2 & 0 \\ \hline 0 & 2 & 1 & 0 & 1 & 2 \end{array}$$

Sabiramo brojeve različitih znakova pa ne može doći do prekoračenja.

Konačan rezultat: $(21012)_3$

3. $(04321)_5 - (02013)_5$

Oduzimanje brojeva svodimo na sabiranje.

$$(04321)_5 - (02013)_5 = (04321)_5 + (42432)_5$$

$$\begin{array}{r}
 0 \ 4 \ 3 \ 2 \ 1 \\
 + \ 4 \ 2 \ 4 \ 3 \ 2 \\
 \hline
 1 \ 0 \ 2 \ 3 \ 0 \ 3
 \end{array}$$

Sabiramo brojeve različitih znakova pa ne može doći do prekoračenja.
Konačan rezultat: $(02303)_5$

4. $(01101)_2 - (11010)_2$

Oduzimanje brojeva svodimo na sabiranje.

$$(01101)_2 - (11010)_2 = (01101)_2 + (00110)_2$$

$$\begin{array}{r}
 0 \ 1 \ 1 \ 0 \ 1 \\
 + \ 0 \ 0 \ 1 \ 1 \ 0 \\
 \hline
 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 1 \ 1
 \end{array}$$

Sabiramo brojeve istih znakova pa može doći do prekoračenja. Sabirci su pozitivni brojevi (počinju cifrom 0), rezultat je negativan broj (počinje cifrom 1) pa je došlo do prekoračenja.

5. $(FB76)_{16} + (F255)_{16}$

$$\begin{array}{r}
 F \ B \ 7 \ 6 \\
 + \ F \ 2 \ 5 \ 5 \\
 \hline
 1 \ E \ D \ C \ B
 \end{array}$$

Sabiramo brojeve istih znakova pa može doći do prekoračenja. Sabirci su negativni brojevi (počinju cifrom F), rezultat nije negativan broj (a ni pozitivan, počinje cifrom E koja nema značenje) pa je došlo do prekoračenja.

6. $(54321)_6 - (01234)_6$

Oduzimanje brojeva svodimo na sabiranje.

$$(54321)_6 - (01234)_6 = (54321)_6 + (54322)_6$$

$$\begin{array}{r}
 5 \ 4 \ 3 \ 2 \ 1 \\
 + \ 5 \ 4 \ 3 \ 2 \ 2 \\
 \hline
 1 \ 5 \ 3 \ 0 \ 4 \ 3
 \end{array}$$

Sabiramo brojeve istih znakova pa može doći do prekoračenja. Sabirci su negativni brojevi (počinju cifrom 5), rezultat je negativan broj (počinje cifrom 5) pa nije došlo do prekoračenja.

Konačan rezultat: $(53043)_6$

7. $(F1BC9)_{16} + (FE325)_{16}$

$$\begin{array}{r}
 \\
 \\
 + \\
 \hline
 1
 \end{array}$$

Sabiramo brojeve istih znakova pa može doći do prekoračenja. Sabirci su negativni brojevi (počinju cifrom F), rezultat nije negativan broj (a ni pozitivan, počinje cifrom E koja nema značenje) pa je došlo do prekoračenja.

1.4 Brojevi zapisani u kodu višak k

Za brojeve zapisane u kodu višak k zbir i razlika se računaju prema pravilima koja važe za brojeve zapisane u potpunom komplementu, a potom se dobijena vrednost ažurira oduzimanjem tj. dodavanjem konstante k : ako je reč o zbiru konstanta k je uračunata dva puta pa je potrebno oduzeti je jednom ($(x+k) + (y+k) = x+y+2 \cdot k$), a ako je reč o razlici konstanta k se anulira pa je potrebno dodati je jednom ($(x+k) - (y+k) = x-y$).

Primeri:

1. Izračunati $(0351)_6 + (5211)_6$ ako su brojevi zadati u kodu višak 13.
 $13 = (21)_6$

$$\begin{array}{r}
 \\
 \\
 + \\
 \hline
 1
 \end{array}$$

Rezultat je:

$$(0002)_6 - (21)_6 = (0002)_6 + (5535)_6 = (5541)_6$$

2. Izračunati $(42032)_5 - (01130)_5$ ako su brojevi zadati u kodu višak 7.
 $7 = (12)_5$

Oduzimanje svodimo na sabiranje.

$$(42032)_5 - (01130)_5 = (42032)_5 + (43320)_5$$

$$\begin{array}{r}
 \\
 \\
 + \\
 \hline
 1
 \end{array}$$

Rezultat je:

$$(40402)_5 + (12)_5 = (40402)_5 + (00012)_5 = (40414)_5$$

2 Odredjivanje dekadne vrednosti brojeva

2.1 Brojevi zapisani u znaku i apsolutnoj vrednosti

1. Odrediti dekadnu vrednost broja $(031)_4$.
 $(031)_4 = +(31)_4 = +(3 \cdot 4^1 + 1 \cdot 4^0) = +13$
2. Odrediti dekadnu vrednost broja $(521)_6$.
 $(521)_6 = -(21)_6 = -(2 \cdot 6^1 + 1 \cdot 6^0) = -13$
3. Odrediti dekadnu vrednost broja $(11011)_2$.
 $(11011)_2 = -(1011)_2 = -(1 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0) = -11$
4. Odrediti dekadnu vrednost broja $(0220)_3$.
 $(0220)_3 = +(220)_3 = +(2 \cdot 3^2 + 2 \cdot 3^1 + 0 \cdot 3^0) = +24$

2.2 Brojevi zapisani u nepotpunom komplementu

1. Odrediti dekadnu vrednost broja $(0301)_5$.
 $(0301)_5 = +(301)_5 = +(3 \cdot 5^2 + 0 \cdot 5^1 + 1 \cdot 5^0) = +76$
2. Odrediti dekadnu vrednost broja $(21021)_3$.
 $(21021)_3 = -(1201)_3 = -(1 \cdot 3^3 + 2 \cdot 3^2 + 0 \cdot 3^1 + 1 \cdot 3^0) = -46$
3. Odrediti dekadnu vrednost broja $(632)_7$.
 $(632)_7 = -(34)_7 = -(3 \cdot 7^1 + 4 \cdot 7^0) = -25$
4. Odrediti dekadnu vrednost broja $(0542)_9$.
 $(0542)_9 = +(542)_9 = +(5 \cdot 9^2 + 4 \cdot 9^1 + 2 \cdot 9^0) = +443$

2.3 Brojevi zapisani u potpunom komplementu

1. Odrediti dekadnu vrednost broja $(04321)_5$.
 $(04321)_5 = +(4321)_5 = +(4 \cdot 5^3 + 3 \cdot 5^2 + 2 \cdot 5^1 + 1 \cdot 5^0) = +736$
2. Odrediti dekadnu vrednost broja $(42432)_5$.
I način:
 $(42432)_5 = -(2013)_5 = -(2 \cdot 5^3 + 0 \cdot 5^2 + 1 \cdot 5^1 + 3 \cdot 5^0) = -258$
II način:
 $(42432)_5 = -5^4 + 2 \cdot 5^3 + 4 \cdot 5^2 + 3 \cdot 5^1 + 2 \cdot 5^0 = -258$
3. Odrediti dekadnu vrednost broja $(3001)_4$.
I način:
 $(3001)_4 = -(333)_4 = -(3 \cdot 4^2 + 3 \cdot 4^1 + 3 \cdot 4^0) = -63$
II način:
 $(3001)_4 = -4^3 + 0 \cdot 4^1 + 0 \cdot 4^1 + 1 \cdot 4^0 = -63$
4. Odrediti dekadnu vrednost broja $(052)_7$.
 $(052)_7 = +(52)_7 = +(5 \cdot 7^1 + 2 \cdot 7^0) = +37$

2.4 Brojevi zapisani u kodu višak k

1. Odrediti dekadnu vrednost broja $(0331)_4$ zapisanog u kodu višak 22.

Dekadna vrednost broja $(0331)_4$ se određuje prema pravilima koja važe za brojeve zapisane u potpunom komplementu:

$$(0331)_4 = +(331)_4 = +(3 \cdot 4^2 + 3 \cdot 4^1 + 1 \cdot 4^0) = +61$$

$$\text{Tražena vrednost je: } +61 - 22 = +39$$

2. Odrediti dekadnu vrednost broja $(5251)_6$ zapisanog u kodu višak 14.

Dekadna vrednost broja $(5251)_6$ se određuje prema pravilima koja važe za brojeve zapisane u potpunom komplementu:

$$(5251)_6 = -(305)_6 = -(3 \cdot 6^2 + 0 \cdot 6^1 + 5 \cdot 6^0) = -113$$

$$\text{Tražena vrednost je: } -113 - 14 = -127$$