

1 Razlomljeni brojevi

Neka je broj N osnova sistema. Brojeve oblika

$$0.x_{-1}x_{-2}\dots x_{-m}, x_{-i} \in \{0, 1, \dots, N-1\} \text{ za } i = -1, -2, \dots, -m$$

zovemo razlomljenim brojevima.

1.1 Prevod razlomljenog dela broja u dekadni sistem

$$(0.x_{-1}x_{-2}\dots x_{-m})_N = (x_{-1} \cdot N^{-1} + x_{-2} \cdot N^{-2} + \dots + x_{-m} \cdot N^{-m})_{10}$$

1. $(0.101)_2 \rightarrow (\dots)_{10}$

$$(0.101)_2 = 1 \cdot 2^{-1} + 0 \cdot 2^{-2} + 1 \cdot 2^{-3} = 0.5 + 0 + 0.125 = (0.625)_{10}$$

2. $(0.322)_4 \rightarrow (\dots)_{10}$

$$(0.322)_4 = 3 \cdot 4^{-1} + 2 \cdot 4^{-2} + 2 \cdot 4^{-3} = 0.75 + 0.125 + 0.03125 = (0.90625)_{10}$$

3. $(0.42)_5 \rightarrow (\dots)_{10}$

$$(0.42)_5 = 4 \cdot 5^{-1} + 2 \cdot 5^{-2} = 0.8 + 0.08 = (0.88)_{10}$$

1.2 Prevođenje razlomljenog dela broja iz dekadnog sistema u sistem sa osnovom N

Neka je x zadati broj. Početni sadržaj tabele koja sadrži cifre broja u sistemu sa osnovom N je:

$$\begin{array}{c|c|} x & \dots \\ \hline 0 & \dots \end{array}$$

Množimo broj x brojem N i ceo deo tako dobijenog proizvoda zapisujemo u donjoj ćeliji prve slobodne kolone, dok razlomljeni deo dobijenog proizvoda zapisujemo u gornjoj ćeliji prve slobodne kolone.

$$\begin{array}{c|c|} x & \text{razlomljeni deo proizvoda} \\ \hline 0 & \text{ceo deo proizvoda} \end{array}$$

Postupak ponavljamo sve dok na mestu za razlomljeni deo ne dobijemo 0 ili primetimo da je zapis broja periodičan. Može se desiti da broj nema ni konačan ni periodičan zapis.

Dobijene cifre se očitavaju u smeru sleva na desno.

1. $(0.5625)_{10} \rightarrow (\dots)_2$

$$\begin{array}{c|c|c|c|c|} 0.5625 & 0.125 & 0.25 & 0.5 & 0 \\ \hline 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array}$$

smer čitanja: \rightarrow

$$\Rightarrow (0.5625)_{10} = (0.1001)_2$$

2. $(0.375)_{10} \rightarrow (\dots)_4$

0.375	0.5	0
0	1	2

smer čitanja: \rightarrow

$\Rightarrow (0.375)_{10} = (0.12)_4$

Prevođenje se može izvršiti i direktno, ako se uoči da je broj 0.375 zbir stepena broja 4:

$$(0.375)_{10} = (0.25 + 0.125)_{10} = \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{8}\right)_{10} = \left(\frac{1}{4} + \frac{2}{16}\right)_{10} = (1 \cdot 4^{-1} + 2 \cdot 4^{-2})_{10} = (0.12)_4$$

3. $(0.34)_{10} \rightarrow (\dots)_5$

0.34	0.7	0.5	0.5	0.5	0.5
0	1	3	2	2	2

smer čitanja: \rightarrow

\Rightarrow zapis je periodičan $(0.34)_{10} = (0.13222\dots)_5 = (0.13\bar{2})_5$

2 Mešoviti brojevi

Brojeve oblika

$$x_n x_{n-1} \dots x_1 x_0 . x_{-1} x_{-2} \dots x_{-m},$$

$$x_i \in \{0, 1, \dots, N-1\} \text{ za } i = -m, \dots, n$$

zovemo mešovitim brojevima. I ceo i razlomljeni deo broja su različiti od nule.

Prilikom prevođenja mešovitog broja, pojedinačno se prevode ceo i razlomljeni deo, a zatim se tako dobijeni prevodi spoje.

1. $(110.32)_4 \rightarrow (\dots)_{10}$

$$(110.32)_4 = \underbrace{1 \cdot 4^2 + 1 \cdot 4^1 + 0 \cdot 4^0}_{\text{prevod celog dela}} + \underbrace{3 \cdot 4^{-1} + 2 \cdot 4^{-2}}_{\text{prevod razlomljenog dela}}$$

$$= 16 + 4 + 0 + 0.75 + 0.125 = (20.875)_{10}$$

2. $(48.675)_{10} \rightarrow (\dots)_2$

prevodimo ceo deo:

48	24	12	6	3	1	0
0	0	0	0	1	1	1

smer čitanja: \leftarrow

$(48)_{10} = (110000)_2$

prevodimo razlomljeni deo:

0.675	0.35	0.7	0.4	0.8	0.6	0.2	0.4	0.8	0.6	0.2	0.4
0	1	0	1	0	1	1	0	0	1	1	0

smer čitanja: \rightarrow

zapis je periodičan: $(0.675)_{10} = (0.101\overline{0110})_2$

$\Rightarrow (48.675)_{10} = (110000.101\overline{0110})_2$

3. $(37.56)_8 \rightarrow (\dots)_4$

Osnove sistema su stepeni broja dva, pa možemo koristiti međuprevod u binarni sistem.

$$(37.56)_8 = (010111.101110)_2 = (\overbrace{01} \overbrace{01} \overbrace{11} \overbrace{10} \overbrace{11} \overbrace{10})_2 = (113.232)_4$$

4. $(132.4)_5 \rightarrow (\dots)_4$ koristeći međuprevod u dekadni sistem

prevodimo ceo deo:

$$(132)_5 = 1 \cdot 5^2 + 3 \cdot 5^1 + 2 \cdot 5^0 = 25 + 15 + 2 = (42)_{10}$$

$(42)_{10} = (222)_4$ jer je:

42	10	2	0
2	2	2	

smer čitanja: ←

$\Rightarrow (132)_5 = (222)_4$

prevodimo razlomljeni deo:

$$(0.4)_5 = 4 \cdot 5^{-1} = (0.8)_{10}$$

$(0.8)_{10} = (0.\overline{30})_4$ jer je:

0.8	0.2	0.8	0.2	0.8
0	3	0	3	0

smer čitanja: →

\Rightarrow zapis je periodičan $(0.4)_5 = (0.\overline{30})_4$

prevod zadatog broja: $(132.4)_5 = (222.\overline{30})_4$

5. $(2301.32)_4 \rightarrow (\dots)_6$ bez međuprevoda u dekadni sistem

Račun izvodimo u sistemu sa osnovom 4.

Prevodimo ceo deo:

$(6)_{10} = (12)_4$ pa ćemo deliti brojem 12

2301 : 12 = 131		0	10	20	30	100	110
110	131 : 12 = 10	1	11	21	31	101	111
21	11	2	12	22	32	102	112
3		3	13	23	33	103	113

2301	131	10	0
3	11	10	

smer čitanja: ←

$\Rightarrow (2301)_4 = (453)_6$

Prevodimo razlomljeni deo:

$(6)_{10} = (12)_4$ pa ćemo množiti brojem 12.

I za množenje se koristi niz brojeva na sličan način kao za deljenje. Proizvod dva broja određuje se brojanjem potreban broj puta i očitavanjem rezultata iz niza.

0.32 * 12					
130					
32					
1110					

$0.1 * 12 = 1.2$	$0.2 * 12 = 3.0$			
------------------	------------------	--	--	--

0	10	20
1	11	21
2	12	22
3	13	23

0.32	0.1	0.2	0
0	11	1	3
smer čitanja: →			

$\Rightarrow (0.32)_4 = (0.513)_6$

prevod zdatog broja je: $(2301.32)_4 = (453.513)_6$