Refleksija $\mathcal{S}_\phi$ u odnosu na pravu kroz koordinatni početak

Ako prava q prolazi kroz koordinatni početak i gradi ugao $\phi \in [0, \pi)$ sa $x-$osom tada je refleksija $\mathcal{S}_\phi$ u odnosu na tu pravu:

$$\mathcal{S}_\phi : \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos 2\phi & \sin 2\phi \\ \sin 2\phi & -\cos 2\phi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}. \tag{1}$$

Refleksija $\mathcal{S}_{Q,\phi}$ u odnosu na proizvoljnu pravu

Ako prava q sadrži tačku $Q(q_1, q_2)$ možemo primeniti sličan trik kao kod rotacije pa je:

$$\mathcal{S}_{Q,\phi} : \begin{pmatrix} 1 & 0 & q_1 \\ 0 & 1 & q_2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos 2\phi & \sin 2\phi & 0 \\ -\sin 2\phi & -\cos 2\phi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & -q_1 \\ 0 & 1 & -q_2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Zadatak 1 *Odrediti formule homotetije sa centrom u tački* $C(1,2)$ *i koeficientom 3. U koju tačku se preslikava koordinatni početak pri ovoj homotetiji?*

Zadatak 2 *Odrediti formule rotacije za ugao* $\phi = \frac{7\pi}{6}$ *oko tačke* $A(-2,3)$. *U koju tačku se preslikava tačka* $M(1,3)$ *pri ovoj rotaciji?*

U narednim zadacima smatramo da su na ekranu računara uvedene celobrojne (x,y) koordinate, $x \in [0,1023], y \in [0,767]$, pri čemu donji levi piksel ima koordinate $(0,0)$, a x osa je horizontalna. Pretpostavljamo da su to i koordinate prozora u kome radimo. Koristiti matrični zapis afinih preslikavanja.

Zadatak 3 *"Zoom" alatka je realizovana na sledeći način: kada kliknemo mišem na poziciju* $C(x_0, y_0)$ *slika se uveća za* 40 *posto, tako da se tačka* C *ne pomera. Ako je korisnik kliknuo na pozicije* $C_1(200, 12)$, $C_2(466, 67)$, $C_3(80, 222)$, *redom, napisati matricu transformacije tačaka ekrana.*

Zadatak 4 *"Zoom to window" alatka je realizovana na sledeći način: kada kliknemo mišem na poziciju* $A(x_0, y_0)$, *a zatim ga pustimo na poziciji* $B(x_1, y_1)$ *zumira se i centrira pravougaonik čija su* A *i* B *dijagonalna temena. Napisati odgovarajuću afinu transformaciju. Kako ona izgleda za* $A(750, 620)$, $B(960, 100)$*?*

Prava u ravni

Prava p je zadata tačkom $P(x_0, y_0) \in p$ i normalnim vektorom $\overrightarrow{n}_p = (a, b)$.

Odatle se izvodi **implicitna jednačina prave**:

$$ax + by + c = 0. \qquad (2)$$

Primer 1 *Odrediti implicitnu jednačinu prave koja sadrži tačku* $M(1, -2)$ *i čiji je normalni vektor* $\overrightarrow{n}_p\,(3, 4)$.

Drugi način da opišemo pravu jeste da joj zadamo jednu tačku $P(x_0, y_0)$ i nenula vektor pravca $\overrightarrow{p}\ (p_x, p_y)$. Tada se svaka tačka M prave p može zapisati u obliku

$$M(t) = M = P + t\,\overrightarrow{p}, \tag{3}$$

za neko $t \in \mathbb{R}$. Ova jednačina se naziva **parametarska jednačina prave**. Ona se u koordinatama zapisuje kao u koordinatama zapisuje kao

$$\begin{aligned} x &= x_0 + tp_x, \\ y &= y_0 + tp_y, \quad t \in \mathbb{R}. \end{aligned} \tag{4}$$

Duž AB je parametarski predstavljena sa

$$M(t) = A + t\,\overrightarrow{AB}, \quad t \in [0, 1]. \tag{5}$$

Poluprava $[AB)$ sa temenom A koja sadrži tačku B je data sa

$$M(t) = A + t\,\overrightarrow{AB}, \quad t \in [0, \infty). \tag{6}$$

Zadatak 5 *Data je prava* $p : 3x - 2y + 7 = 0$. *a) Odrediti normalizovani oblik te jednačine. b) Odrediti parametarski oblik prave* p *c) Koji ugao prava* p *gradi sa* x *osom?*

Tačke sa iste strane prave (tj. u istoj poluravni)

Ako je prava AB data jednačinom $AB : f(x, y) = ax + by + c = 0$ tada su tačke C i D sa iste strane prave AB ako

$$\text{znak}(f(C)) = \text{znak}(f(D)).$$

Ukoliko ne znamo jednačinu prave, ali znamo koordinate tačaka A i B, tačke C i D su sa iste strane prave AB ako važi

$$\text{znak}(D_{ABC}) = \text{znak}(D_{ABD}).$$