

Bezierove krive

Neka su $P_0, P_1 \dots P_n$ tačke ravni. **Bezierova kriva** stepena n je

$$\alpha(t) = \sum_{i=0}^n \binom{n}{i} t^i (1-t)^{n-i} P_i = \sum_{i=0}^n B_i(t) P_i, \quad t \in [0, 1].$$

Tačke P_i nazivaju se **kontrolne tačke**, a polinomi $B_i(t)$ **Bernštajnovi polinomi**.

Bezierove krive stepena 2 i 3 su određene sa 3, odnosno 4 kontrolne tačke:

$$\alpha_2(t) = (1-t)^2 P_0 + 2t(1-t) P_1 + t^2 P_2, \quad t \in [0, 1];$$

$$\alpha_3(t) = (1-t)^3 P_0 + 3t(1-t)^2 P_1 + 3t^2(1-t) P_2 + t^3 P_3, \quad t \in [0, 1].$$

Teorema a) Početak krive α_2 je u tački P_0 , a kraj u tački P_2 . Tangentni vektori u tim tačkama su redom $2 \overrightarrow{P_0P_1}$, odnosno $2 \overrightarrow{P_1P_2}$.

b) Početak krive α_3 je u tački P_0 , a kraj u tački P_3 . Tangentni vektori u tim tačkama su redom $3 \overrightarrow{P_0P_1}$, odnosno $3 \overrightarrow{P_2P_3}$.

Zadatak 1 a) Date su tačke $A_0(1, 7)$, $A_1(-3, 3)$, $A_2(3, -3)$. Odrediti Beziјerovu krivu $\alpha(t)$, $t \in [0, 1]$ čije su to kontrolne tačke.

b) Da li je tangenta te krive u tački $\alpha(\frac{1}{2})$ paralelna pravoj A_0A_2 ?

Zadatak 2 Date su tačke $A_0(0, 1)$, $A_1(1, 2)$, $A_2(2, 1)$, $A_3(1, 0)$. Odrediti Beziјerovu krivu stepena 3 čije su to kontrolne tačke.