Zadatak 1 *Odrediti tačku* Q *koja je simetrična tački* $P(3,-2,-4)$ *u odnosu na ravan* $\alpha : 6x + 2y - 3z - 75 = 0$ *kao i projekciju* P' *tačke* P *na ravan* α.

Zadatak 2 *Odrediti* λ *tako da se prave* $p : \frac{x-2}{3} = \frac{y+4}{5} = \frac{z-1}{-2}$ *i* $q : \frac{x-\lambda}{2} = \frac{y-3}{1} = \frac{z+5}{0}$ *seku. Koje su koordinate presečne tačke?*

Ugao izmedju dve prave

Ugao izmedju pravih p i q definišemo kao oštar ugao izmedju njihovih normalnih vektora, tj.

$$\angle(p,q) = \text{oštar}\angle(\overrightarrow{p}, \overrightarrow{q}) = \arccos \frac{|\overrightarrow{p} \cdot \overrightarrow{q}|}{|\overrightarrow{p}||\overrightarrow{q}|}.$$

Ugao izmedju dve ravni

Neka su data ravni α i β koje se seku po pravoj p. Uočimo ravan γ normalnu na p koja te ravni seče redom po pravama a i b. **Ugao izmedju ravni** α i β definišemo kao oštar ugao izmedju pravih a i b. Dakle, ugao izmedju ravni računamo sledećom formulom

$$\angle(\alpha,\beta) = \arccos \frac{|\overrightarrow{n_\alpha} \cdot \overrightarrow{n_\beta}|}{|\overrightarrow{n_\alpha}||\overrightarrow{n_\beta}|}.$$

Zadatak 3 *Izračunati ugao ravni* $\alpha : x + 2y - 3z - 1 = 0$ *i* $\beta : 2x - 3y + 4z + 2 = 0$ *(za računanje* arccos *koristiti digitron).*

Ugao izmedju prave i ravni

Ugao izmedju prave p i ravni α je po definiciji ugao izmedju prave p i njene normalne projekcije p' na ravan α.

Uz pomoć normalnog vektora $\overrightarrow{n_\alpha}$ ravni α i vektora pravca $\overrightarrow{p}$ prave p taj se ugao može izraziti kao:

$$\angle(p, \alpha) = \frac{\pi}{2} - \arccos \frac{|\overrightarrow{p} \cdot \overrightarrow{n_\alpha}|}{|\overrightarrow{p}||\overrightarrow{n_\alpha}|}.$$

Zadatak 4 *Izračunati (koristeći digitron za* arccos*) ugao izmedju prave* $p: x+2y-3z-1=0, x-z+2=0$ *i ravni* $\alpha: x-4y+2z+2=0$.

Prodor prave p i trougla ABC

Neka je prava p odredjena vektorom pravca $\overrightarrow{p}$ i tačkom $P \in p$. Neka je $M = P + t\overrightarrow{p}$ $(M \neq P)$ prodorna tačka prave p kroz ravan trougla ABC i $\overrightarrow{v} = \overrightarrow{PA}$, $\overrightarrow{u} = \overrightarrow{PB}$, $\overrightarrow{w} = \overrightarrow{PC}$. Tada je uslov da prava p seče trougao ABC dat uslovom da su sledeća tri mešovita proizvoda istog znaka:

$$sign[\overrightarrow{v}, \overrightarrow{u}, \overrightarrow{p}] = sign[\overrightarrow{u}, \overrightarrow{w}, \overrightarrow{p}] = sign[\overrightarrow{w}, \overrightarrow{v}, \overrightarrow{p}]. \tag{1}$$

U slucaju da prava seče trougao, presečna tačka se dobija za vrednost parametra $t = -\frac{[\overrightarrow{p}, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]}{[\overrightarrow{AP}, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]}$.

Zadatak 5 *Ispitati da li prava* $p : \frac{x-1}{2} = \frac{y}{-6} = \frac{z+1}{-4}$ *seče trougao* ABC*, ako je* $A(2, 4, 6)$*,* $B(-4, 2, 0)$*,* $C(6, 4, -2)$*. U slučaju da seče odrediti koordinate presečne tačke.*

Projektovanje na ravan

Za prikaz prostora na ravni crteža ili na ekranu računara najčešće se koriste dve vrste projektovanja: centralno i normalno.

Centralno projektovanje je projektovanje u kom je posmatrač (kamera) konačna tačka. Ono daje utisak perspektive tako što bliži objekti izgledaju veći od daljih, a paralelne prave iz prostora se mogu seći na ekranu računara. Obično se uzima da je koordinatni sistem vezan za kameru, tj. da kamera ima koordinate $O(0,0,0)$, a ravan na koju projektujemo (ekran) je dat sa $z = f$, tj. na rastojanju f je od kamere.

Lako se izvodi da se tačka $M(X,Y,Z)$ prostora projektuje u tačku $M'(x,y) = (\frac{f}{Z}X, \frac{f}{Z}Y)$, gde je (x,y) koordinatni sistem ekrana. Primetimo da projekcija tačaka ravni $Z = 0$ nije definisana.

Normalno projektovanje je projektovanje pri kom se tačka $M(X, Y, Z)$ prostora projektuje u tačku M' ekrana tako da je prava MM' normalna na ravan ekrana. Ovo odgovara kameri koja se nalazi u beskonačnosti. Ovo projektovanje ne daje utisak perspektive, ali je jednostavni i definisano za sve tačke prostora. Ako uzmemo da je ravan ekrana $z = 0$, tada je projekcija tačke $M(x, y) = (X, Y)$, tj. projektovanje se svodi na anuliranje treće koordinate.