

Tipovi zadataka za šesti kratki¹ test

1. Svesti krivu drugog reda $3x^2 + 2y^2 - 12x + 4y + 20 = 0$ na kanonski oblik translacijom i reći o kojoj se krivoj radi.

Kriva je: elipsa hiperbola prava tačka prazan skup

2. Odrediti vektor \vec{s} pravca simetrale ugla $\angle AOB$, ako je $O(2, 3)$, $A(4, 3)$, $B(-4, -5)$.

Vektor simetrale je: $\vec{s} (\boxed{\frac{2}{5}} , \boxed{-\frac{4}{5}})$.

3. Date su tačke $P_1(1, 2)$, $P_2(3, -4)$, $P_3(3, 5)$, $P_4(-4, -3)$. Koje su koordinate težišta T poligona $p = P_1P_2P_3P_4$.

Težište je tačka: $T(\boxed{\frac{3}{4}} , \boxed{0})$.

4. Kolika je dužina "kružnog kanapa" potrebna za crtanje elipse čije su poluse $a = 13$, $b = 5$?

Dužina kanapa je $d = \boxed{50}$.

Rešenja:

Zadatak 1.

$0 = 3x^2 + 2y^2 - 12x + 4y + 20 = 3(x^2 - 4x + 4) + 2(y^2 + 2y + 4) - 12 - 8 + 20 = 3(x-2)^2 + 2(y+2)^2$. Nakon smene $x' = x-2$, $y' = y+2$ dobijamo: $3x'^2 + 2y'^2 = 0$, odnosno

$$\frac{x'^2}{\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2} + \frac{y'^2}{\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2} = 0.$$

Jednačina predstavlja **tačku** $(x', y') = (0, 0)$, odnosno $(x, y) = (2, -2)$.

Zadatak 2.

Vektor simetrale ugla $\angle AOB$ se određuje kao

$$\vec{s} = \frac{\vec{OA}}{|\vec{OA}|} + \frac{\vec{OB}}{|\vec{OB}|}.$$

Dobijamo $\vec{OA} = (2, 0)$, $|\vec{OA}| = 2$, odnosno $\vec{OB} = (-6, -8)$, $|\vec{OB}| = 10$. Zato je vektor simetrale

$$\vec{s} = (1, 0) + \left(-\frac{3}{5}, -\frac{4}{5}\right) = \left(\frac{2}{5}, -\frac{4}{5}\right).$$

Zadatak 3. Da bismo izračunali težište saberemo koordinate tačaka i podelimmo sa brojem tačaka. Dakle

$$T = \frac{1}{4}(P_1 + P_2 + P_3 + P_4) = \left(\frac{3}{4}, 0\right).$$

¹Na testu će biti dva zadatka koja se rade 10 minuta