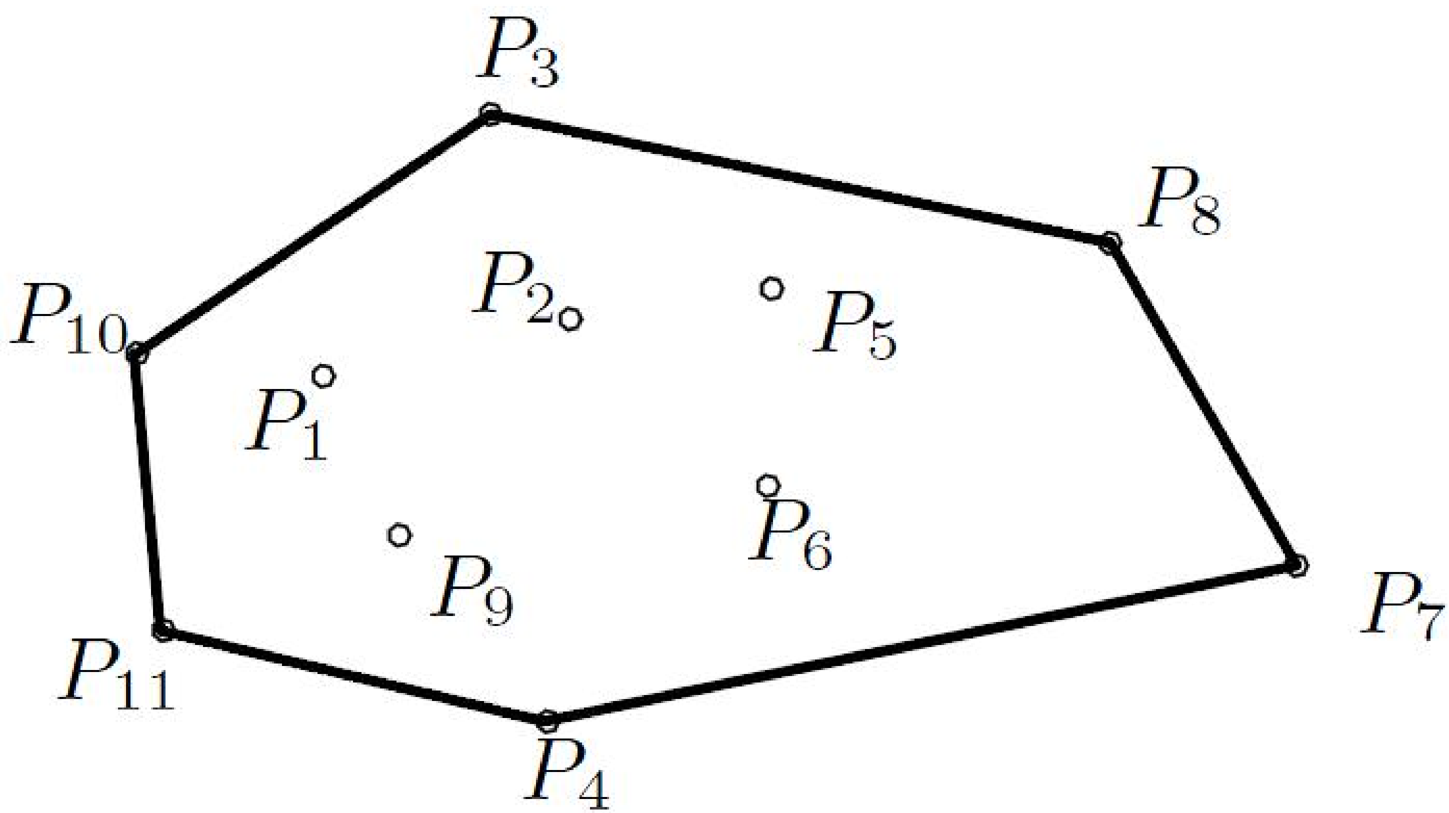
Konveksni omotač skupa od n tačaka ravni

Definicija 1 *Za lik $\mathcal{F}$ kažemo da je* **konveksan** *ako za svake dve tačke $A, B \in \mathcal{F}$ koje mu pripadaju i cela duž AB pripada liku $\mathcal{F}$.* **Konveksni omotač** *$\mathcal{CH}(\mathcal{F})$ nekog lika $\mathcal{F} \subset E^n$ je najmanji konveksan podskup od E^n koji sadrži $\mathcal{F}$.*

Sada se bavimo odredjivanjem konveksnog omotača skupa $\mathcal{F} = \{P_1, \dots P_n\}$ koji se sastoji od n tačaka ravni. **Može se dokazati da taj konveksni omotač uvek postoji, da je jedinstven i da je to konveksan poligon čija su temena neke od tačaka skupa $\mathcal{F}$.**

Ulaz: skup $P[i] = \{P_1, \dots P_n\}$ od n tačaka ravni

Izlaz: temena $CH[j] = \{P_{i_1}, \dots, P_{i_k}\}, \{i_1, \dots, i_k\} \subset \{1, \dots n\}$ konveksnog omotača, poredjana suprotno od smera kazaljke na satu.


P_3
P_8
P_{10}
P_2
P_5
P_1
P_6
P_9
P_7
P_{11}
P_4

Konveksni omotač - spori algoritam (reda $O(n^3)$)

```
for(i=1, i<n, i++){
    for(j=1, j<= n, j++){
       ivica = TRUE;
       for(k=1, k<= n, k++){
          if(not(levo(P[k],P[i], P[j]))){
             ivica = FALSE;
             break;
          }
       }
      if(ivica) dodaj(P[i], P[j], CH);
    }
}
preuredi(CH);
```

Konveksni omotač - brzi algoritam (reda $O(n \log n)$)

```
sortiraj P[i] po x koordinati
gornji = {P[1], P[2]};
for(i=3, i<= n, i++){
    gornji = dodaj(gornji, P[i]) = {Q[1] = P[1], ...Q[k], P[i]};
                                    // k zavisi od i
    while( k > 1 ili levo(P[i], Q[k-1], Q[k])){
       gornji = izbaci(gornji, Q[k]);
       k--;
    }
}
donji = {P[n], P[n-1]};
for(i=n-2, i>=, i--){
    donji = dodaj(donji, P[i]) = {Q[1] = P[n], ...Q[k], P[i]};
    while( k > 1 ili levo(P[i], Q[k-1], Q[k])){
       donji = izbaci(donji, Q[k]);
       k--;
    }
}
CH = spoji(gornji, donji);
```

Krug i parametrizacija kruga

Krug sa centrom $C(x_0, y_0)$ je skup tačaka $M(x, y)$ koje su od centra udaljene za rastojanje r - poluprečnik kruga. Jednačina tog kruga je

$$(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = r^2.$$

Jednačine

$$\begin{aligned} x &= x_0 + r\cos\phi, \\ y &= y_0 + r\sin\phi, \qquad \phi \in [0, 2\pi), \end{aligned}$$

se nazivaju **parametrizacija kruga (centralnim uglom).** Parametar ϕ je orjentisani ugao izmedju Ox ose i vektora $\overrightarrow{CM}$.

Neki jednostavni zadaci u ravni

Kao primer, navodimo dva jednostavna problema čije **rešenje je prilagodjeno strukturama** kojima predstavljamo tačku, pravu i ravan.

- Odrediti podnožje normale iz tačke C na pravoj p.

- Odrediti presek prave p i kruga k.

Primer 1 *Odrediti presek prave* $p : P(0,-1), \overrightarrow{p} = (1,1)$ *i kruga* $k : C(3,4), r = 2$.

Primer 2 *Odrediti jednačinu kruga i parametarsku jednačinu prave iz prethodnog zadatka. Zatim odrediti presek prave i kruga.*

Zadatak 1 *Odrediti centar i poluprečnik kruga* $k : x^2 + y^2 - 2x + 4y - 11 = 0$.

Zadatak 2 *Odrediti centar i poluprečnik opisanog kruga u trougao* ABC*, ako je* $A(1, 2)$, $B(4, 3)$ $C(6, 0)$ *kao i koordinate težišta trougla.*

Krive drugog reda u kanonskom obliku

Elipsa

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1.$$

Parametarska jednačina elipse:

$$x = a\cos\phi, \quad y = b\sin\phi, \quad \phi \in [0, 2\pi)$$

Hiperbola

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1,$$

Parametarska jednačina (desne grane) hiperbole:

$$x = \pm a\cosh\phi, \quad y = b\sinh\phi, \quad \phi \in \mathbb{R}$$

Parabola

$$y^2 = 2px,$$

Fokusne osobine krivih drugog reda

Elipsa je skup tačaka ravni čiji je zbir rastojanja od dve fiksirane tačke (žiže elipse) konstantan ($MF_1 + MF_2 = 2a$).

Hiperbola je skup tačaka ravni čija je apsolutna vrednost razlike rastojanja od dve fiksirane tačke (žiže hiperbole) konstantna ($\|MF_1 - MF_2\| = 2a$).

Parabola je skup tačaka ravni koje su jednako udaljene od fiksirane prave (direktrisa) i fiksirane tačke (žiža) ($MF = d(M, d)$.)

Optičke osobine elipse, hiperbole i parabole.

Svetlosni zrak koji izvire iz žiže elipse i odbija se od elipse, prolazi kroz drugu žižu elipse.

Svetlosni zrak koji izvire iz žiže hiperbole i odbija se od hiperbole, (izgleda kao da) prolazi kroz drugu žižu hiperbole.

Svetlosni zrak koji izvire iz žiže parabole i odbija se od parabole, paralelan je osi parabole.