Zadatak 1 *Data je prava* $p : 3x - 2y + 7 = 0$. *a) Odrediti normalizovani oblik te jednačine. b) Odrediti parametarski oblik prave* p *c) Koji ugao prava* p *gradi sa* x *osom?*

Zadatak 2 *Neka je* $A(2,3), B(-1,4)$. *a) Odrediti parametarsku jednačinu prave* AB. *b) Ispitati da li tačka* $C(14,-1)$ *polupravoj* $[AB)$. *c) Ispitati da li tačka* $D(1, \frac{10}{3})$ *i u kom odnosu ona deli duž* AB. *d) Podeliti duž* AB *na 6 jednakih delova tačkama* $P_1, \ldots, P_5$.

Zadatak 3 *Data je prava* $q : x = -t + 4, y = 2t - 7, t \in \mathbb{R}$.
a) Odrediti implicitni oblik prave q.
b) Odrediti implicitni oblik prave r *koja sadrži tačku* $R(3,7)$ *i paralelna je* q.

Zadatak 4 *Odrediti jednačinu normale* n *iz tačke* $A(1,7)$ *na pravu* p *ako je*
a) $p : x = 2t + 4, y = 3t - 5, t \in \mathbb{R}$,
b) $p : 4x - \frac{2}{3}y + 7 = 0$.

Zadatak 5 *Ispitati da li tačke* $C(1,1)$ *i* $D(-7,11)$ *pripadaju istoj poluravni odredjenoj pravom* AB, $A(2,-2), B(1,3)$.

Presek pravih datih parametarski

Pretpostavimo da su **date dve prave: prava** p **tačkom** P **i vektorom** $\overrightarrow{p}$ **i prava** q **tačkom** Q **i vektorom** $\overrightarrow{q}$**.** Cilj nam je da odredimo presek tih dveju pravih, ako postoji. Tačke $M = P + t\overrightarrow{p}$ i $N = Q + s\overrightarrow{q}$ za $t, s \in \mathbb{R}$. Iz uslova da se prave seku, tj. $M = N$, dobijamo sledeće (izvodjenje na času):

1) $D(\overrightarrow{p}, \overrightarrow{q}) \neq 0$ **Seku se:** $s = \frac{D(\overrightarrow{PQ}, \overrightarrow{p})}{D(\overrightarrow{p}, \overrightarrow{q})}$ ili $t = \frac{D(\overrightarrow{PQ}, \overrightarrow{q})}{D(\overrightarrow{p}, \overrightarrow{q})}$

2) $D(\overrightarrow{p}, \overrightarrow{q}) = 0$, $D(\overrightarrow{PQ}, \overrightarrow{p}) = 0$ **Prave se poklapaju**

3) $D(\overrightarrow{p}, \overrightarrow{q}) = 0$, $D(\overrightarrow{PQ}, \overrightarrow{p}) \neq 0$, **Prave su paralelne.**

Zadatak 6 *Odrediti presek pravih p i q koje su zadate tačkom i vektorom pravca:*

a) $P(3,1), \overrightarrow{p} = (1,0), Q(2,3), \overrightarrow{q} = (1,1)$;

b) $P(3,1), \overrightarrow{p} = (1,0), Q(2,3), \overrightarrow{q} = (-2,0)$;

c) $P(3,1), \overrightarrow{p} = (1,-2), Q(2,3), \overrightarrow{q} = (-2,4)$.

Presek duži, polupravih i pravih

Razmotrimo presek dve duži; analogno se razmatraju i preseci sa polupravama. Ako su date duži

$$AB : M = A + t\,\overrightarrow{AB}, \;\; t \in [0,1]$$

$$CD : N = C + s\,\overrightarrow{CD}, \;\; s \in [0,1],$$

presek se odredjuje slično kao i presek pravih.

1) Ako se desi prvi slučaj potrebno je još proveriti da li $t, s \in [0,1]$.

2) Ako se desi drugi slučaj potrebno je proveriti da li se duži poklapaju i "koliko".

3) U trećem slučaju duži se ne seku jer pripadaju raznim pravama.

Rastojanja tačke od prave

Teorema *(važi i u prostoru, dokaz trivijalan na predavanjima)* *Rastojanje tačke* M *od prave* p *zadate tačkom* P *i vektorom pravca* $\overrightarrow{p}$ *dato je jednačinom*

$$d = \frac{|\ \overrightarrow{p} \times \overrightarrow{PM}\ |}{|\ \overrightarrow{p}\ |}.$$

Teorema *Rastojanje tačke* $M(x_0, y_0)$ *od prave* $p : ax+by+c = 0$ *dato je formulom*

$$d = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}.$$

Zadatak 7 *Izračunati rastojanje tačke* $M(1, -3)$ *od prave a)* $2x-3y + 1 = 0$, *b) prave* p *zadate sa* $\overrightarrow{p} = (1, -2)$, $P(1, 0)$.

Poligonska linija i poligon u ravni

Definicija 1 Poligonska linija $A_0A_1\ldots A_n$ *je unija duži* A_0A_1, A_1A_2, $\ldots A_{n-1}A_n$. *Duži* A_iA_{i+1} *se zovu* **ivice** , *a tačke* A_i **temena** *poligonske linije. Duži koje spajaju nesusedna temena zovu se* **dijagonale poligona**. *Poligonska linija je* **zatvorena** *ako je* $A_n = A_0$. *Zatvorena poligonska linija se zove i* **poligon**. *Poligonska linija je* **prosta** *ako se nikoje dve ivice ne seku, sem što susedne ivice imaju zajedničko teme.*

Poligonske linije su osnovni grafički objekti u računarstvu. Oni se koriste za predstavljanje i aproksimaciju $2D$ objekata, a projekcije $3D$ poligona (kojima se aproksimiraju $3D$ objekti) su opet $2D$ poligoni.

Unutrašnjost i spoljašnjost poligona

Neka je dat poligon $p = A_0A_1 \ldots A_{n-1}, (A_n = A_0)$ i tačka M koja mu ne pripada (tj. ne pripada nijednoj ivici). Ako je a poluprava sa temenom M koja ne sadrži ni jedno teme poligona, označimo sa $k(a)$ broj presečnih tačaka poligona i poluprave a.

Lema 1 *Parnost broja $k(a)$ ne zavisi od izbora poluprave a.*

Definicija 2 *Kažemo da tačka M* **pripada unutrašnjosti poligona** *p ako je $k(a)$ neparan, a* **spoljašnosti poligona** *ako je $k(a)$ paran.*

Prethodna definicija se poklapa sa intuicijom ako je poligon prost.

Teorema *Unutrašnost i spoljašnjost prostog poligona su povezani likovi (to znači da svake dve tačke unutrašnosti možemo povezati poligonskom linijom koja pripada unutrašnjosti).*

Triangulacija poligona

Triangulacija prostog poligona je razbijanje unutrašnjosti poligona na trouglove unutrašnjim dijagonalama koje se ne seku.

Dakle, ulaz algoritma za triangulaciju je lista temena poligona, a izlaz lista trouglova koji čine triangulaciju. Triangulacija **nije jednistvena**.

Lema 2 *Svaki prost poligon sa više od tri temena ima unutrašnju dijagonalu.*

Dokaz na predavanjima.

Teorema *Svaki prost poligon se može triangulisati. Triangulacija poligona sa n temena ima tačno $n-2$ trougla.*

Dokaz: Potpunom indukcijom, na predavanjima.